

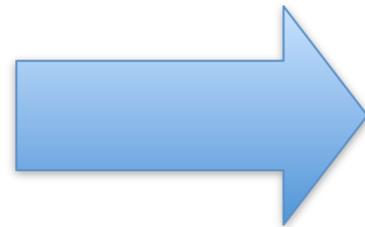
Relativity

Dr. Juan A. Valiente Kroon

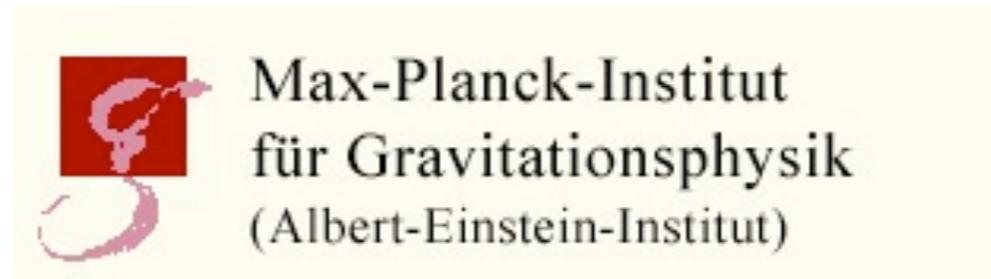
About me:



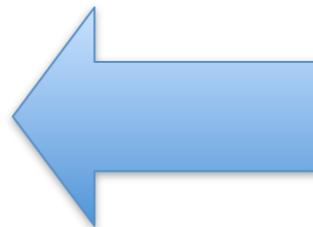
(Bsc Physics/Maths)



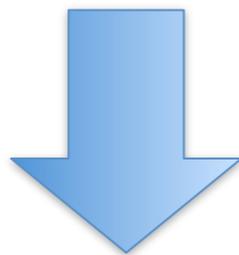
(PhD in General Relativity)



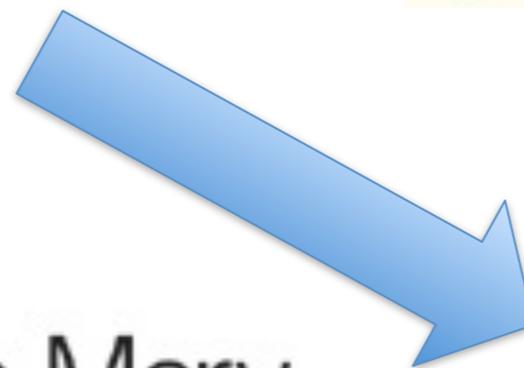
(1st postdoc)



(2nd postdoc)



(Lecturer)



(Advanced Research Fellow)

Introduction

What is Relativity?

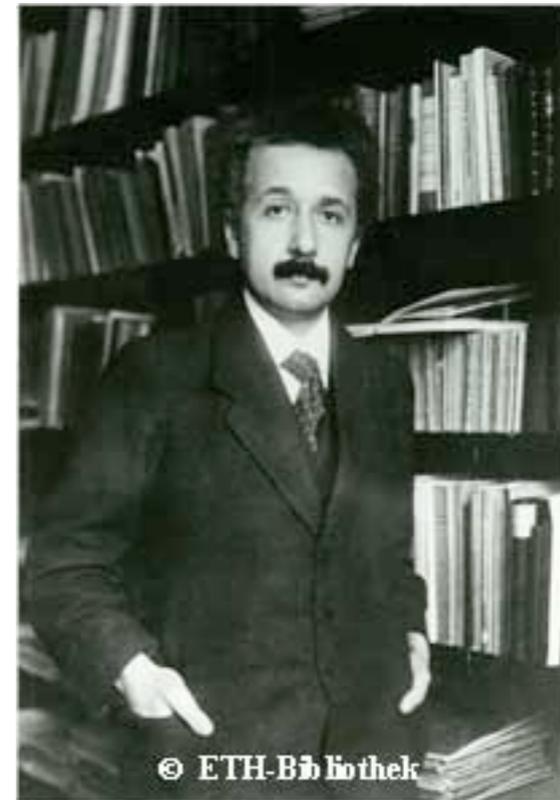
- Relativity encompasses two physical theories proposed by Albert Einstein:
 - Special Relativity (1905)
 - General Relativity (1916)
- The expression was first used by Max Planck in 1906 to emphasize that the theories make use of the ***Principle of Relativity***.

Albert Einstein (1879-1955)



Around 1905
(Special Relativity)

Around 1916
(General Relativity)



- Won the Nobel Prize in 1921 —not for Relativity!

Special Relativity

891

3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

- It is a theory of measurement in frames of reference in uniform motion (***inertial frames***).
- It is “special” because it is only applicable in these frames.

General Relativity

- Einstein's theory of gravitation.
- The theory is "general" because it applies to any system of reference.
- It generalises Special Relativity and Newton's theory of gravitation.

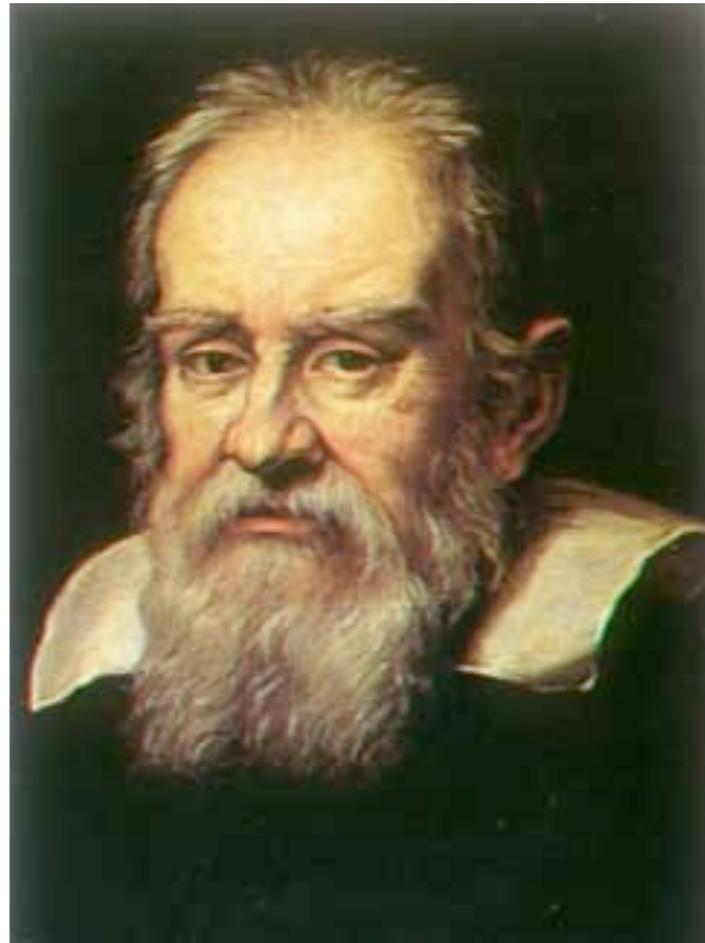
*1. Die Grundlage
der allgemeinen Relativitätstheorie;
von A. Einstein.*

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie“ bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie“ und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül“, welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des Mathematikers Grossmann, gedacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur ersparte, sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichungen der Gravitation unterstützte.

Pre-relativistic Physics

Galilean Relativity

Einstein did not invented the notion of Relativity. It is much older —due to Galileo.



Galileo Galilei (1564-1642)

Our starting point will be the study of motion.

Key concepts:

- **Frames of reference:** an origin in space, 3 orthogonal axes and a clock.
- **Events:** a point in space together with an instant in time. Characterised by 4 numbers (t,x,y,z) .

Observation: there are an infinite number of frames of reference!

Question: are there frames which are in some sense simple or natural?

Inertial frames

In an inertial frame an isolated, non-rotating, non-accelerated body moves on a straight line and with uniform motion.

Observation: inertial frames are not unique.

Question: can one tell in which inertial reference frame one is?

Galilean Principle of Relativity

The laws of Mechanics cannot distinguish between inertial frames.

- The laws of Mechanics have the same form in different inertial frames.
- It follows that there is no absolute rest.

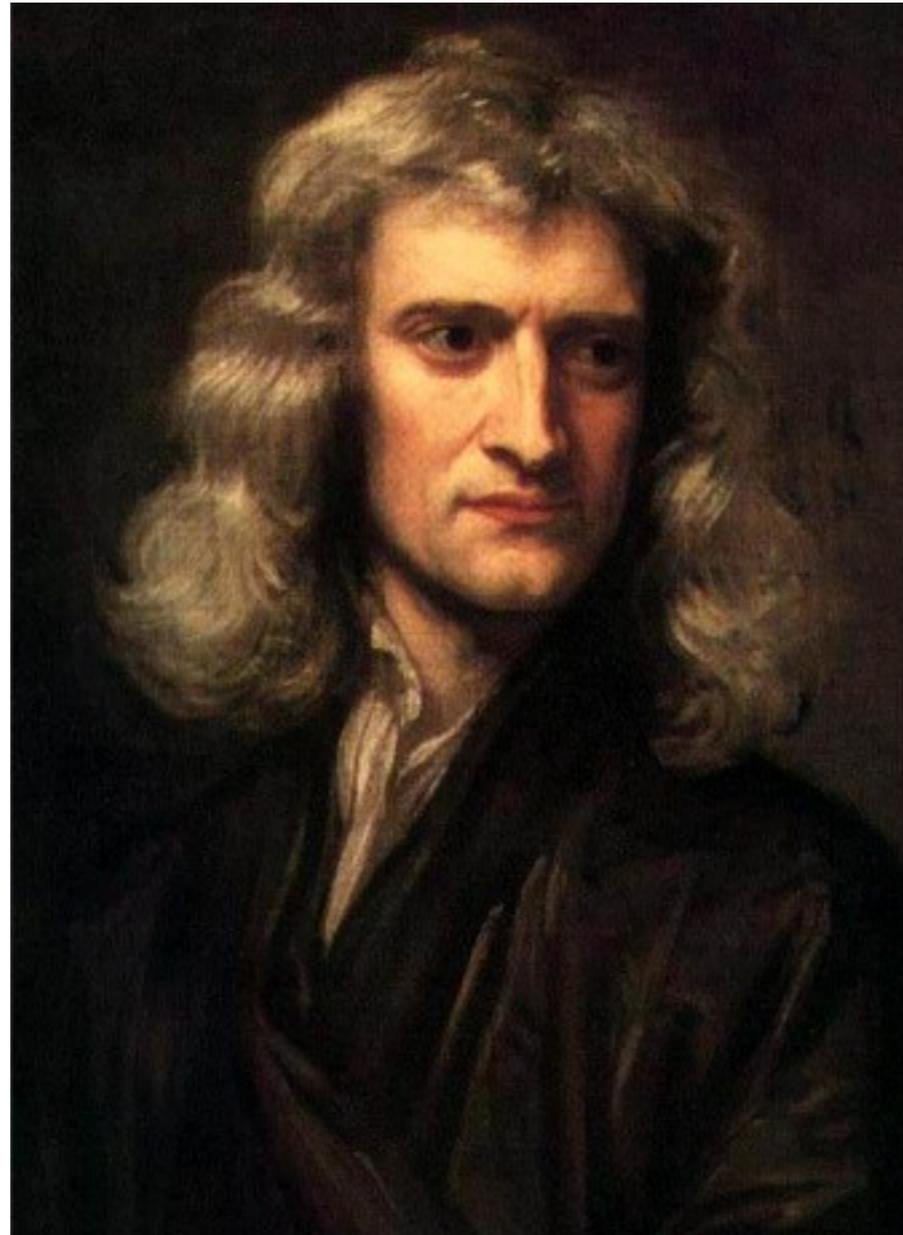
The laws of Newton

First Law. Any material body continues in its state of rest or uniform motion (in a straight line) unless forces act on it.

Second Law. The rate of change of momentum is equal to the force.

Third Law. Action and reaction are equal and opposite in direction

Isaac Newton (1643-1727)



Newton around 1689

Assumptions of the Newtonian framework

A1. Space and time are continuous.

A2. There is a Universal (absolute) time. Observers in different frames measure the same time.

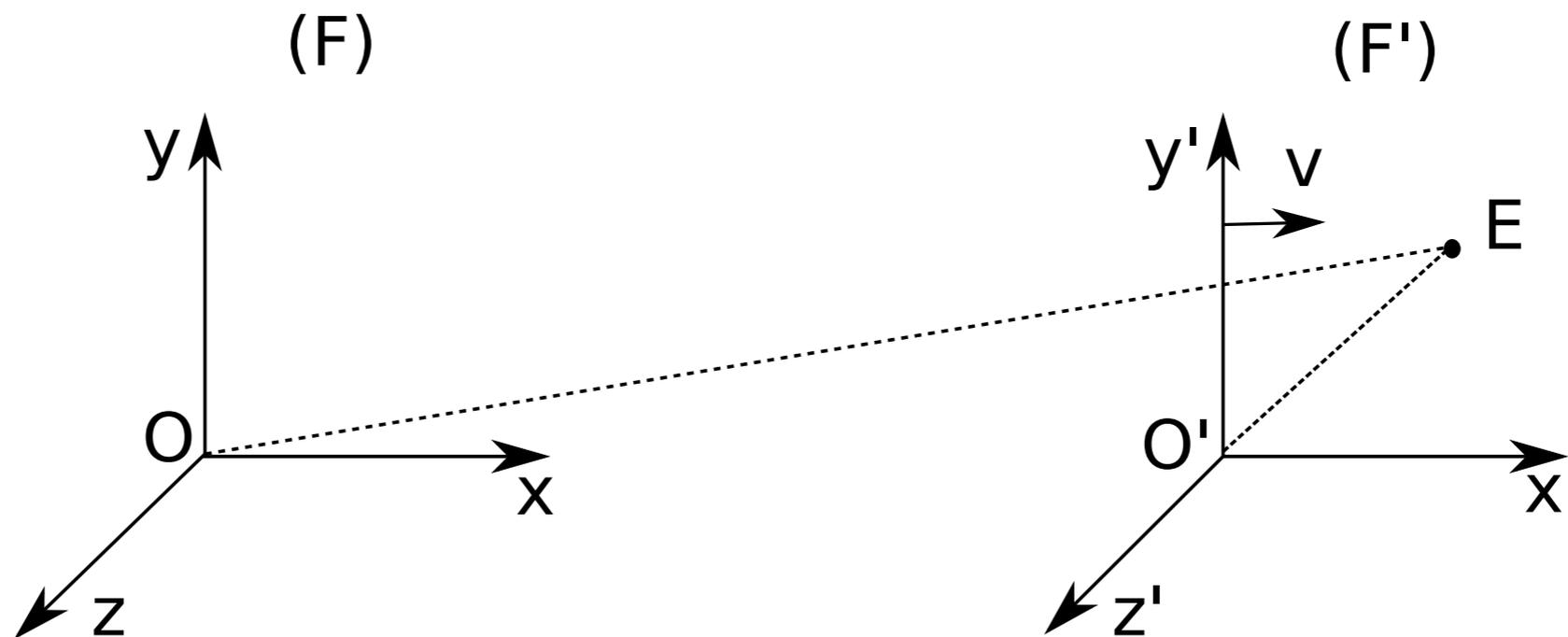
A3. The mass is independent of the observer.

A4. The Geometry of space is Euclidean.

A5. Space and time (and other quantities) can be measured with infinite accuracy.

Galilean transformations

- Consider two reference frames F and F' moving with velocity v relative to one another in **standard configuration**.



Standard configuration: F' moves along the x -axis of F with uniform speed. The origins coincide at $t=0$.

Relating the coordinates in the two frames

- Suppose that at a given moment t an event E is specified by coordinates (t, x, y, z) and (t', x', y', z') .
- Let the origins O and O' coincide at $t=0$. One sees that:

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t,$$

- In general,

$$\underline{r}' = \underline{r} - \underline{v}t. \quad \underline{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

- If the axes are not in standard configuration and the origins O and O' do not coincide, then the most general form of the transformation is

$$\underline{r}' = R\underline{r} - \underline{v}t + \underline{d},$$

where R is a rotation matrix, and \underline{d} is the distance vector between the origins at $t=0$.

- The most general transformation will also include

$$t' = t + \tau$$

The Galilean group

- The Galilean group forms a 10-parameter group:
 - 1 parameter for the origin of time
 - 3 parameters for \underline{v}
 - 3 parameters for \underline{d}
 - 3 parameters for R

Note: GT restricted to standard configs. Form 1-parameter subgroup.

• **Reminder:** the group property implies that the composition of Galilean transformations is a Galilean transformation!

Invariance

Invariance. Implies that a certain property of a system does not change upon a certain type of transformation.

Example:

$\underline{a}=\underline{b}$ is invariant as a vector equation.

- The components in the vectors do change!

Invariance of Newton's laws under Galilean transformations

- Start from

$$\underline{r}' = \underline{r} - \underline{v}t.$$

- Differentiating with respect to t

$$\underline{v}' = \underline{v} - \underline{V}, \quad \underline{a}' = \underline{a}, \quad \underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt}, \quad \underline{a} = \frac{d^2\underline{r}}{dt^2},$$

First law. Invariant as it involves inertial frames.

Third law. Invariant as it involves accelerations.

Invariance of the Second Law

$$m \frac{d\underline{r}}{dt} = m\underline{a} = \underline{f}$$

- The mass m remains invariant by assumption.
- The acceleration \underline{a} has been shown to be invariant.

Assumption. The force takes the form $\underline{f} = \underline{f}(\underline{r}, \underline{v}, t)$, where \underline{r} and \underline{v} denote the relative distance and velocity between bodies. Then:

$$\underline{v}'_2 - \underline{v}'_1 = \underline{v}_2 - \underline{v}_1, \quad \underline{r}'_2 - \underline{r}'_1 = \underline{r}_2 - \underline{r}_1.$$

Electromagnetism

- Special Relativity arose from the tension between **Newtonian Mechanics** and the other great theory of the 19th Century: **Electromagnetism**.
- The fundamental laws of Electromagnetism are the **Maxwell equations**:

$$\nabla \cdot \underline{D} = \rho,$$

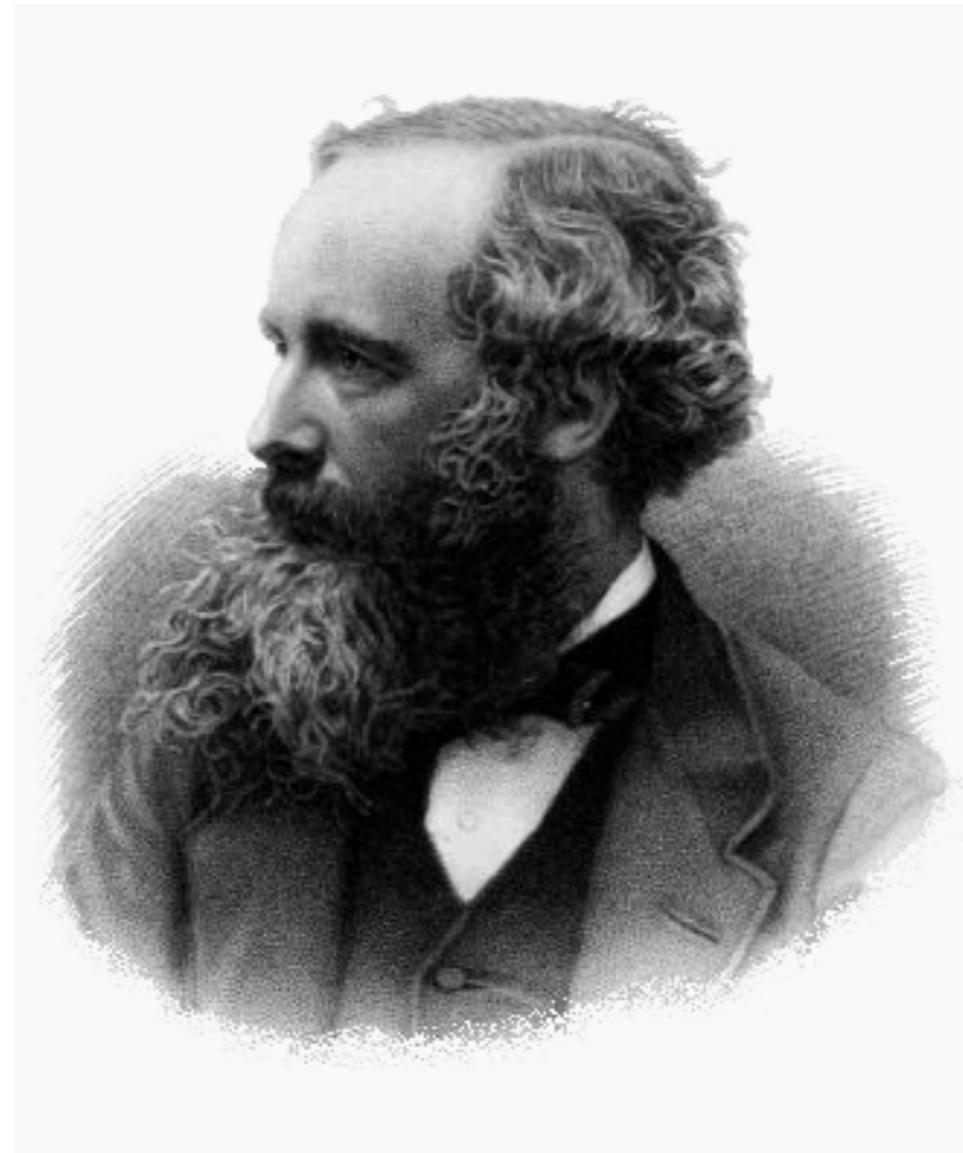
$$\nabla \times \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \underline{B} = 0,$$

$$\nabla \times \underline{H} = \underline{j} - \frac{\partial \underline{D}}{\partial t},$$

\underline{B} the magnetic induction, \underline{E} the electric field, \underline{H} the magnetic field, \underline{D} the electric displacement, \underline{j} the electric current and ρ the electric charge.

James C. Maxwell (1831-1879)



Electromagnetic waves and light

- One of the key consequences of the Maxwell equations is the existence of electromagnetic waves satisfying the equations:

$$\nabla^2 \underline{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \underline{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{H}}{\partial t^2},$$

where c denotes the speed of propagation of the waves.

- Electromagnetic waves were soon identified with the propagation of light.

$$c \approx 300,000,000 \text{ m/s}$$

Ole C. Rømer (1644-1710)



The conflict between Newtonian Mechanics and Electromagnetism

Problem 1. With respect to which system of reference is c measured?

Problem 2. The Maxwell equations are not invariant respect to the Galilean transformations.

A. Michelson & E. Morley



(1852-1931)



(1838-1923)

Possible resolutions to the conflict

Scenario 1. The Maxwell equations are incorrect!

Scenario 2. Electromagnetism has a preferred system of reference!

Scenario 3. There is a Principle of Relativity for the whole of Physics. The Laws of Mechanics have to be modified

Einstein adopted the **Scenario 3**. His resolution of the tension between Mechanics and Electromagnetism is ***Special Relativity***.